

## Fortbildungstagung „Digitale mathematische Werkzeuge“

Mi, 6.3.2024

### Vorträge:

- **V1 Digitale Mathematikaufgaben und aktivierendes Feedback**  
(Prof. Dr. Guido Pinkernell, PH Heidelberg)

Digitale Lernplattformen wie Anton oder Bettermarks sind seit den Zeiten des Distanzlernens nicht mehr wegzudenken. In der Tat erscheinen solche Plattformen insbesondere in Phasen selbstregulierten Lernens zu Hause oder in der Schule sinnvoll. Das Übematerial ist umfangreich, und Lernende bekommen unmittelbar Rückmeldungen über die Korrektheit einer Antwort. Spannend ist eine digitale Übepattform dann, wenn das Aufgabenmaterial nicht nur prozedurale Fertigkeiten, sondern auch Verstehensgrundlagen adressiert und kognitiv aktivierend wirkt. Und auch das automatische Feedback kann über ein bloßes Feststellen der Korrektheit hinaus in vielfältiger Weise Anlass für aktive Lernprozesse sein. Dies können kurze Denkanstöße bei offensichtlichen Flüchtigkeitsfehlern oder gezielte Hinweise auf mögliche Fehlkonzepte sein, es kann auch interaktives Lernmaterial sein, das eine selbständiges Aufarbeiten der in einer Antwort sichtbar gewordenen Defizite ermöglicht. Voraussetzung ist, dass ein fachdidaktisch fundiertes "student model" existiert, auf dessen Basis das automatische Feedback konzipiert werden kann. Der Vortrag umreißt die fachdidaktische und lernpsychologische Perspektive auf digitale Aufgaben mit automatischem adaptivem Feedback und konkretisiert diese an Beispielen aus der Heidelberger Projekte MatheBrücke und AuthOMath.

- **V2 Daten, die uns angehen – Statistische Grundbildung fördern mit Analysen amtlicher Statistiken**  
(Prof. Dr. Katja Krüger, TU Darmstadt)

Täglich begegnen uns in Zeitungen, TV und Internet statistische Informationen. Politisch und gesellschaftlich relevante Entscheidungen basieren häufig auf Analysen von und Prognosen mit Daten. Dabei gilt es genau hinzusehen und datenbasierte Modellbildungen und Argumentationen zu prüfen. Wer mit Statistik umgehen kann, sollte sich weniger leicht in seiner Meinungsbildung beeinflussen lassen. Die Förderung statistischer Grundbildung erweist sich somit als wichtige Aufgabe für Mathematiklehrkräfte. Zu diesem Zweck eignen sich Analysen von frei zugänglichen amtlichen Daten aus den Bereichen Wetter, Bevölkerungsentwicklung, Arbeit und Armut in besonderer Weise. Im Vortrag wird anhand von Unterrichtsbeispielen konkretisiert, wie Schüler:innen bis hin zum Abitur an das Lesen und Interpretieren von sowie an das Modellieren mit gesellschaftlich relevanten Daten herangeführt werden können. So wenden sie bei der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt nicht nur stochastische Konzepte an, sondern lernen auch mit digitalen Medien mathematisch zu arbeiten.

## Workshops:

Vormittag: W1 bis W4

Nachmittag: W5 bis W8

- **W1 Terme und Gleichungen mit Desmos**

(StD Olaf Grund, Prof. Maurice Florêncio Bonnet, SAF Karlsruhe)

Die browserbasierte Plattform desmos bietet einen graphischen Plotter und zahlreiche virtuelle mathematische Lernaktivitäten, die sich durch eine äußerst professionelle Gestaltung auszeichnen. Animationen, die den Lernprozess unterstützen, werden durch Spezialisten ansprechend gestaltet. Im Workshop werden ausgewählte, ins Deutsche übersetzte Lernaktivitäten vorgestellt, erprobt und eingeordnet. Dabei wird der Fokus exemplarisch auf Aktivitäten im Kontext von Termen und Gleichungen gelegt, um Möglichkeiten aufzuzeigen, den Algebraunterricht anschaulich und motivierend zu gestalten, z.B. auch mit Tablets.

Das Angebot richtet sich gleichermaßen an Einsteiger\*innen und Fortgeschrittene. Neben dem reinen Kennenlernen vorhandener Aktivitäten ist ergänzend auch das begleitete Anpassen oder Übersetzen von Aktivitäten für die eigene Sammlung denkbar.

Als Lehrkraft meldet man sich mit E-Mail-Adresse und Kennwort an, um im eigenen Account erweiterten Zugriff auf die Lernaktivitäten zu erhalten, diese zu verwalten und bei Bedarf zu modifizieren. Jede Lernaktivität kann den Lernenden anschließend per Code bzw. Link online bereitgestellt werden.

- **W2 Edu-Breakouts im MINT-Unterricht (erkunden)**

(D. Gargya, Hölderlin-Gymnasium, OStR´n Elfriede Wohlgemuth, SAF Heidelberg)

Bei Edu-Breakouts handelt es sich um ein Lernangebot mit digitalen Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung von bekanntem U-Inhalten. Unser Workshop teilt sich in zwei Teile: eine theoretische Einführung und eine praktische Erkundung.

Zuerst gibt es eine kurze fachdidaktische Einführung in die Theorie der Edu-Breakouts, basierend auf dem SMAR-Modell und den 4k-Skills. Danach stellen wir interaktive Tools wie Lumi und Twine vor. Lumi, basierend auf H5P, ermöglicht die Erstellung von über 60 verschiedenen interaktiven Inhalten, von einfachen Multiple-Choice-Fragen bis hin zu umfassenden „Escape-Rooms. Twine ist ein Open-Source-Tool für interaktive, nicht lineare Geschichten und bietet eine breite Palette von Möglichkeiten im Bildungsbereich. Wir empfehlen, vor dem Workshop einen Blick auf Lumi (<https://app.lumi.education>) und Twine (<https://twinery.org/>) zu werfen und die Tools vorab auf dem eigenen Laptop zu installieren.

Zusätzlich zeigen wir eine analoge Variante und ein bereits im Unterricht erprobtes Edu-Breakout. Im letzten Teil können Fragen gestellt und Anregungen diskutiert werden.

Materialien:

- Laptop mit Internetzugang, um Lumi und Twine zu erkunden.
- Lust am Entdecken und Erstellen spannender Edu-Breakouts.

- **W3 Digitale Alltagshelfer im Mathematikunterricht (mit dem iPad)**

(OStR´n Gesa Schorb, SAF HD, StD Philip Fahrner, Leibniz-Gymnasium Östringen)

Der Einsatz des iPads im Mathematik-Unterricht kann an vielen Stellen eine Erleichterung im digitalen Workflow bewirken. In diesem Workshop sollen daher verschiedene Situationen aus dem Unterrichtsalltag gezeigt werden, in denen das iPad einfach und effizient genutzt werden kann.

Gezeigt wird beispielsweise: regelmäßig benötigte Objekte und eigene Vorlagen in GoodNotes erstellen, Beispielvisualisierung aus der GeoGebra-Bibliothek nutzen, SplitScreen für die parallele (Lehrer-)Ansicht von Tafelbild und Unterrichtsvorbereitung, GIFs als schnelle Erinnerung an Unterrichtsinhalte, verschiedene Tools als eine Möglichkeit der individualisierten Wiederholung und Förderung bereits bekannter Inhalte, ein Lernmanagementsystem (LMS) unterrichtsbegleitend sinnvoll nutzen, Erklärvideos mit Clips/Keynote, Möglichkeiten der schul- und landesübergreifenden Vernetzung bei X/Bluesky nutzen uvm.

Wir freuen uns auf eine intensive Austauschrunde zu Tipps und Tricks, das iPad im Mathematik-Unterricht gewinnbringend einzusetzen.

- **W4 Tapetenmustergruppen und ihre Symmetrien entdecken**

(Dr. Anne Schilling, Universität Heidelberg)

Symmetrien begegnen uns überall im Alltag und symmetrische Objekte werden meist als schöner angesehen als unsymmetrische. Auch aus mathematischer Sicht sind Symmetrien spannend, da sie viel über die grundlegende Struktur von Objekten aussagen. Dabei betrachtet man oft die Abbildungen, die genau diese Symmetrien erhalten.

Wir wollen nun Tapetenmuster betrachten, das sind Muster in der Ebene, die in zwei Richtungen translationsinvariant sind, sich also nach einem gewissen Abstand wiederholen. In diesem Fall sind die Abbildungen, die die Symmetrie erhalten, gerade die Kongruenzabbildungen der Ebene. Ein Tapetenmuster ist also immer invariant unter der Kongruenzabbildung „Verschiebung“. Viele Muster weisen noch mehr Symmetrien und auf, beispielsweise Drehungen oder Spiegelungen. Um ein Muster mathematisch zu klassifizieren genügt es, sich die symmetrieerhaltenden Abbildungen anzusehen. Diese ergeben zusammen die Tapetenmustergruppe (engl. Wallpaper group) des Musters. Zwei Muster, die die gleiche Tapetenmustergruppe besitzen, sollen mathematisch als gleich angesehen werden, auch wenn sie aus künstlerischer Sicht sehr unterschiedlich sein mögen. Und so reichhaltig die Welt der ebenen Tapetenmuster auf den ersten Blick auch erscheinen mag, so gibt es mathematisch gesehen doch nur sehr wenige unterschiedliche Muster.

In diesem Workshop möchte ich Ihnen zunächst kurz die mathematische Theorie hinter den Tapetenmustergruppen erläutern und warum es nur wenige Tapetenmustergruppen gibt. Dabei geht es unter anderem auch darum, welche Symmetrien es überhaupt geben kann und wie sich verschiedene Symmetrien/Kongruenzabbildungen miteinander verhalten. Für die Visualisierung werde ich dafür die Apps „iOrnament“ und „KaleidoPaint“ benutzen, die ich Ihnen im Anschluss genauer vorstellen werde und die Sie dann ausprobieren können. Mit Hilfe dieser Apps lassen sich Symmetrien an Mustern selber erkunden, eigene Muster mit Symmetrien erstellen und zum Beispiel herausfinden, wie sich ein Muster ändert, wenn die Tapetenmustergruppe getauscht wird.

- **W5 Reale Daten im Stochastikunterricht der Sek I mit digitalen Werkzeugen analysieren**  
(Prof. Dr. Katja Krüger, TU Darmstadt)

Mit der Leitidee „Daten und Zufall“ in den KMK-Bildungsstandards hat die Datenorientierung im Stochastikunterricht eine zunehmende Bedeutung erhalten. Im Workshop werden wir das unterrichtliche Potenzial von Analysen frei zugänglicher realer Daten untersuchen. Inwiefern eignen sich Wetter- und Klimadaten zur Ausbildung eines vertieften Verständnisses von Eigenschaften des arithmetischen Mittels? Wie kann das empirische Gesetz der großen Zahlen mit authentischen Geburtsdaten als Grundlage für den statistischen Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff für Schüler:innen einsichtig gemacht werden? Dazu werden wir mit Hilfe digitaler mathematischer Werkzeuge (TKP und GeoGebra) gemeinsam Daten auswerten und reflektieren, welchen Beitrag solche Datenanalysen zur Entwicklung der Kompetenz „mit digitalen Medien mathematisch arbeiten“ im Zusammenhang mit statistischer Grundbildung liefern können.

- **W6 Mit der Programmiersprache Scratch Mathematikprobleme lösen**  
(Christian Stemberg, Realschullehrer, Hopp Foundation Weinheim)

Im Workshop lernen Sie die blockbasierte Programmiersprache Scratch und Einsatzmöglichkeiten im Mathematik- und Informatikunterricht kennen. Das speziell für Kinder und Jugendliche entwickelte Scratch soll einen möglichst niederschweligen Einstieg in die Programmierung ermöglichen (vgl.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Scratch\\_\(Programmiersprache\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Scratch_(Programmiersprache)) bzw. <https://scratch.mit.edu/>).

Im Workshop werden mit Hilfe von Scratch Lösungen für mathematische Probleme gesucht, wie sie beispielsweise im Mathematik- oder Informatikunterricht vorkommen: TeilnehmerInnen werden die Häufigkeitsverteilung von einem bzw. zwei Würfeln mit Hilfe von Scratch programmieren. Darüber hinaus programmieren sie im Workshop die Lösung für ein Zahlenrätsel, welches Schülerinnen und Schüler vor erhebliche Probleme stellen kann, da die Lösung für sie häufig nur durch Ausprobieren oder langes und zeitaufwändiges Rechnen zu ermitteln ist. Beispiel für ein solches Rätsel: „Gibt es 6-stellige Zahlen, die dreimal so groß werden, wenn man ihre 1. Stelle streicht und hinten anhängt?“ Die Lösung für ein solches Problem lässt sich aber recht einfach programmieren.

Der Workshop richtet sich an alle Interessierten, die mit Hilfe einer einfachen und blockbasierten Programmiersprache wie Scratch mathematische (Rätsel-)aufgaben lösen möchten. Im Workshop lernen die TeilnehmerInnen die dafür wichtigsten Bausteine von Scratch kennen. Im Anschluss an den Workshop kann man sich zuhause an weiteren Zahlenrätseln versuchen, bei denen sich das Suchen von Lösungen durch Programmierung anbietet.

Für die aktive Mitarbeit sind ein Notebook mit Internetzugang und aktuellem Browser nötig. Alternativ eignet sich auch ein Gerät mit installierter Offline-Version von Scratch (verfügbar für Windows, macOS, ChromeOS, Android über <https://scratch.mit.edu/download>).

- **W7 Einsatz von QR-Codes: Binnendifferenzierende Gestaltung von Arbeitsblättern**  
(StR'n Tatjana Lieb, StD Kai Müller, SAF Heidelberg)

Binnendifferenzierung ist im Zuge steigender Heterogenität immer wichtiger, um den Lernfortschritt der Schüler\*innen zu unterstützen. Mithilfe von gestuften Hilfen kann man sie auf dem Weg des Erkenntnisprozesses unterstützen. Worin liegt jetzt der Mehrwert, wenn QR-Codes statt Hilfekärtchen eingesetzt werden? Da nach einer Unterrichtsstunde diese Hilfen bisher nicht mehr zugänglich waren, bieten die QR-Codes die Möglichkeit, diese auch im Nachhinein zur Verfügung zu haben. Das erstellte Material ist damit nachhaltiger. Es kann zum Beispiel am Ende einer Einheit noch mal aufgegriffen werden, auch zur Vorbereitung auf die Leistungsmessung. Außerdem haben Schüler\*innen, die an diesem Tag nicht anwesend sein konnten, die Möglichkeit, von den Hilfen zu profitieren.

Diese Methode ermöglicht eine starke Schülerzentrierung und kann zur Förderung des eigenverantwortlichen Lernens eingesetzt werden. Im Workshop werden Beispiele aus der Praxis gezeigt. Außerdem wird es die Möglichkeit geben, dies selbst auszuprobieren. Bringen Sie dazu gerne konkrete Aufgaben mit, einen Laptop/Tablet und ein Smartphone.

- **W8 Digitale mathematische Werkzeuge (DmW) – Wahlfach in der Oberstufe**  
**Bildungsplaneinheit 5: Differentialgleichungen**  
(StD Dr. Jürgen Mehnert, ZSL Freiburg)

Im Wahlfach „Digitale mathematische Werkzeuge (DmW)“ werden Inhalte der Mathematik mit Unterstützung digitaler mathematischer Werkzeuge (GeoGebra) behandelt. Im Bildungsplan ist dabei unter anderem die Behandlung des Themas „Differentialgleichungen“ vorgesehen. Im Rahmen dieses Inhalts zeigen sich die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten verschiedener digitaler mathematischer Werkzeuge (Computer-Algebra-Systeme, dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulation).

Im Workshop werden die auf die einzelnen Inhalte (Richtungsfelder graphisch interpretieren; Differentialgleichungen zum logistischen Wachstum und zu Schwingungsvorgängen mit einem CAS lösen; mit dem Eulerverfahren numerische Näherungslösungen mithilfe einer Tabellenkalkulation bestimmen; die Abhängigkeit der Güte der Näherungslösung hinsichtlich verschiedener Aspekte beschreiben) bezogenen fachdidaktischen Aspekte der Unterrichtseinheit erläutert. Besonders in den Blick genommen wird dabei die Frage nach der Güte der Näherungslösung. Diese hängt zum einen vom betriebenen Rechenaufwand ab, kann aber zum anderen auch durch entsprechende Modifikationen des Eulerverfahrens erhöht werden. Anhand eines für die Unterrichtseinheit ausgearbeiteten Materialpakets, das aus Arbeitsblättern und zugehörigen GeoGebra-Applets besteht, können die einzelnen Aspekte Schritt für Schritt nachvollzogen werden, indem die Teilnehmenden das Material sichten, aber auch Erfahrungen hinsichtlich der Erstellung von GeoGebra-Aktivitäten machen.